Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Вариант задания 2

№2.

Дано:

$\omega(T \cdot O; R)$

$R = 8$ см

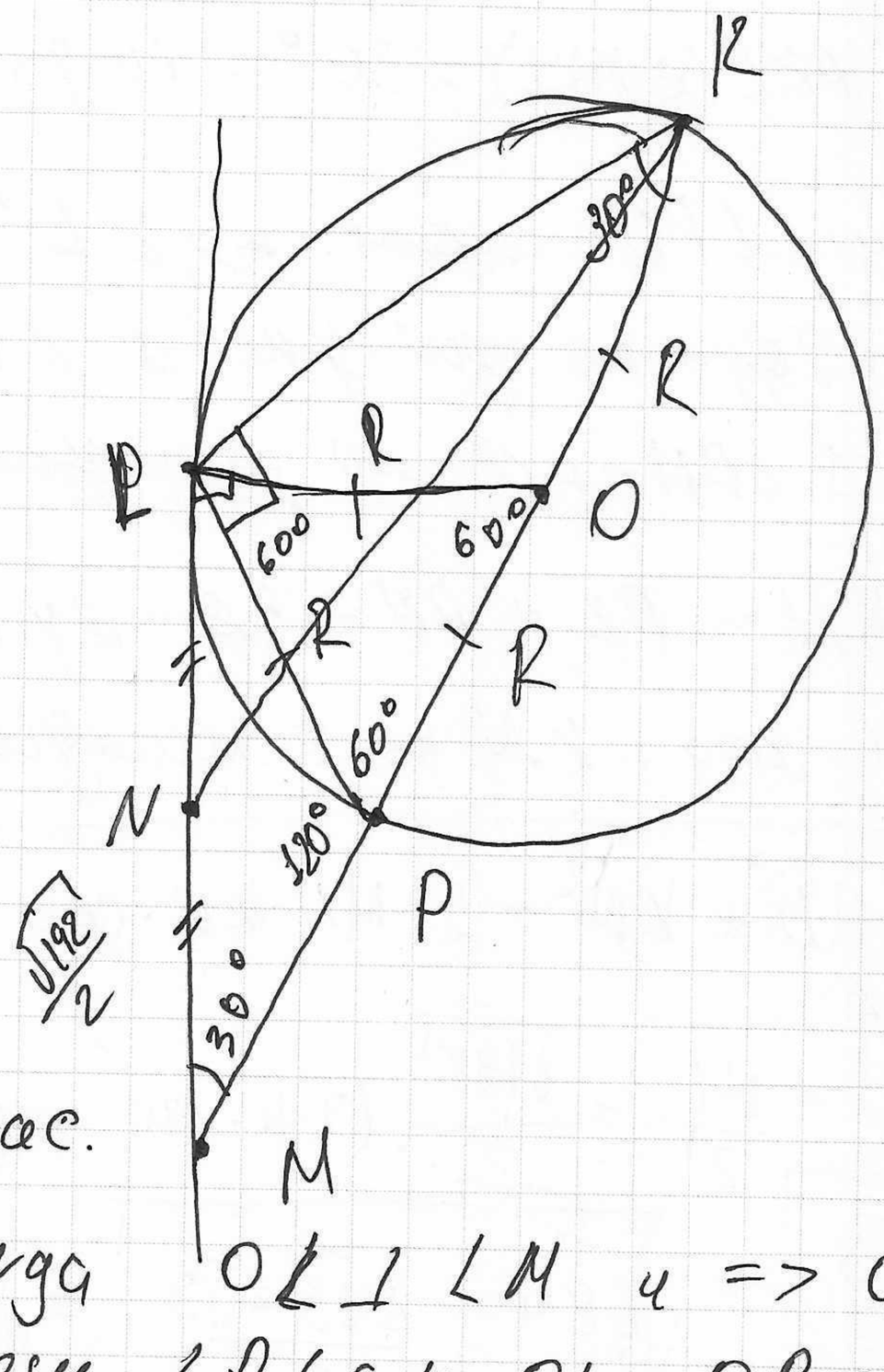
KL - хор.

PK - диам $= 2R$

$\angle PKL = 30°$

кас. в т. $L \cap PK = T \cdot M$

найт. $k \angle NS \triangle KLM = ?$



1) Пров. рад. в точ. кас. из центра окр. Тогда $OL \perp LM$ и $\Rightarrow OL = R \Rightarrow$ угол OKM - прям.

2) $\triangle OLP$ - р/б с осн. $\angle P$ (т.к. $OL = OR = R$) $\Rightarrow$ $\triangle KLP$ - прям.

3) Вписан. ∠. KLP, опир. на диам. $PK \Rightarrow = 90° \Rightarrow$ по сум. ∠-м $\triangle$: $\angle LPK = 180° - 90° - 30° = 60°$

$\Rightarrow$ Т-к. ∠ по п. 2 $\angle OLP = 60° \Rightarrow \triangle OLP$ - равносторонний.

Тогда $OL = LP = OP = R = 8$ см

Можно использовать оборот листа для записи решений

4) По т. Пифагора для $\triangle LPK$:

$LK^2 + LP^2 = KP^2$

$\Rightarrow LK = \sqrt{KP^2 - LP^2} = \sqrt{16^2 - 8^2} = \sqrt{256 - 64} =$

$= \sqrt{192}$

3
16
×16
96
16
256

~~5) По т. Пифагора для $\triangle MLO$:~~

~~$LM = \sqrt{MO^2 - LO^2} =$~~

~~$MO = PO +$~~

5) Для прям. $\triangle LMO$: $\angle LMO = 180° - 90° - 60° = 30°$ (по т. о сум. ун. ⊿)

1
24
×24
96
+ 480
576

6) Получилось что $\triangle KLM$ - р/б по двум равн. ун.

$\angle LMO = \angle PKL (\in MKL) = 30°$. Тогда $\angle M = LK = \sqrt{192}$

7) $\angle LPM$ и $\angle LPO$ - смеж. $\Rightarrow \angle LPM = 180° - \angle LPO =$

$= 120°$. Тогда по сум. ун. $\triangle PLM$: $\angle PLM = 180° - 120° = 30° = 30°$

Тогда $\triangle LPM$ - р/б по двум углам. $\Rightarrow PM = PL = R = 8$ см

Med-ко $KM = PK + PM = 3R = 24$ см

8) Найдем мед. KN по т. косинусов:

$$KN = \sqrt{MN^2 + KM^2 - 2 \cdot MN \cdot KM \cdot \cos NMK} = \sqrt{\frac{192}{4} + 24^2 - 2 \cdot \frac{\sqrt{192}}{2} \cdot 24 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = \sqrt{48 + 576 -}$$

$= \frac{ML}{2} = \frac{\sqrt{192}}{2}$ (т.к. это медиана)

$$- \frac{\sqrt{192} \cdot \sqrt{3}}{2}} = \sqrt{624 - \frac{8\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2}} = \sqrt{624 - 12} = \sqrt{612} =$$

$= 6\sqrt{17}$ см

Ответ: $6\sqrt{17}$ см

№3.

$\sqrt{x^2-2\sqrt{5}\cdot x+5}+\sqrt{2-2\sqrt{2}\cdot x+x^2}=a$ ОДЗ: $a\geq 0$

1) $x^2-2\sqrt{5}\cdot x+5=(x-\sqrt{5})^2$

$\geq(\sqrt{5}-x)^2$

2) $2-2\sqrt{2}\cdot x+x^2=$ ~~$(2-$~~ $(\sqrt{2}-x)^2$

$\geq(x-\sqrt{2})^2$

} удовл. ОДЗ

=> есть 4 вар. раскрытия корня:

$\sqrt{2}-\sqrt{5}<0 \Rightarrow$ не ОДЗ

1) $\sqrt{(x-\sqrt{5})^2}+\sqrt{(\sqrt{5}-}+\sqrt{(\sqrt{2}-x)^2}=x-\sqrt{5}+\sqrt{2}-x=\sqrt{2}-\sqrt{5}$

2) $\sqrt{(x-\sqrt{5})^2}+\sqrt{(x-\sqrt{2})^2}=x-\sqrt{5}+x-\sqrt{2}=2x-\sqrt{5}-\sqrt{2}$

3) $\sqrt{(\sqrt{5}-x)^2}+\sqrt{(\sqrt{2}-x)^2}=\sqrt{5}-x+\sqrt{2}-x=-2x+\sqrt{5}+\sqrt{2}$

4) $\sqrt{(\sqrt{5}-x)^2}+\sqrt{(x-\sqrt{2})^2}=\sqrt{5}-x+x-\sqrt{2}=\sqrt{5}-\sqrt{2}$

=> чтобы ур-е имело беск. кол-во корн. оно должно представлять из себя верное рав-во. Тогда

$$a=\begin{cases}\sqrt{5}-\sqrt{2}\\ 2x-\sqrt{5}-\sqrt{2}\\ -2x+\sqrt{5}+\sqrt{2}\end{cases}$$

Ответ: $\sqrt{5}-\sqrt{2}$; $2x-\sqrt{5}-\sqrt{2}$; $-2x+\sqrt{5}+\sqrt{2}$.

№1.

Пусть x - цена ботинок. Тогда y - цена шапки. Со скидкой 40% ботинки будут стоить $(1-0,4)x$ а шапка $(1-0,2)y$. Тогда вместе они стоят 9180 руб. ~~А шапка~~ это цена с наценкой в 32%. То есть первоначально было $x+y=9180 \cdot (1+0,32)$. Составим и решим систему ур-ий

$$\begin{cases} 0,6x + 0,8y = 9180 \\ x+y = 9180 \cdot 1,32 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0,6x + 0,8y = 9180 \\ x+y = 12117,6 \end{cases} \Rightarrow x = 12117,6 - y$$

$$\begin{cases} 0,6(12117,6-y) + 0,8y = 9120 \quad (1) \\ x = 12117,6 - y \end{cases}$$

(1): $7270,56 - 0,6y + 0,8y = 9120$

$7270,56 + 0,2y = 9120$

$0,2y = 9120 - 7270,56$

$0,2y = 1874,44$

$y = \frac{1874,66}{6,2} = 1874,44 \cdot 5 =$

$y = 9372,2$ руб $\Rightarrow x = 12117,6 - 9372,2 =$

$= 2745,4$ руб

Ответ: ~~шапка~~ ботинки стоили 2745,4 руб. Шапка 9372,2 руб.

olymp.bmstu.ru

bmstu.press

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Профиль олимпиады: «Компьютерное моделирование и графика», тур по математике и инженерной графике

Класс участия: 8-9 **Вариант задания: 2**

Задача 1 (10 *баллов*). На весенней распродаже девушка приобрела зимние ботинки со скидкой 40% и шапку со скидкой 20%. За все покупки она заплатила 9180 руб. При этом сэкономила 32% их суммарной первоначальной стоимости. Найдите первоначальную стоимость шапки и ботинок.

Задача 2 (10 *баллов*). В окружности радиуса 8 см проведены хорда KL и диаметр PK, который образует с хордой угол $30°$. Через точку L к окружности проведена касательная, которая пересекает прямую PK в точке M. Найдите длину медианы KN треугольника KLM.

Задача 3 (10 *баллов*). При каких значениях параметра a уравнение

$$\sqrt{x^2 - 2\sqrt{5}\cdot x + 5} + \sqrt{2 - 2\sqrt{2}\cdot x + x^2} = a$$

имеет бесконечно много корней?

Задача 4 (10 *баллов*). См. лист 2.

Задача 5 (10 *баллов*). По условию **Задачи 4** найдите расстояние между центром нижнего основания цилиндра и вершиной B'_1 призмы. Результат округлите до целого значения. Найдите тангенс угла между прямой, содержащей точки O'_P и B'_1 и плоскостью нижнего основания фигур. Результат округлите до целого значения.

Задача 6 (20 *баллов*). См. лист 3.

На этом листе запрещено делать записи и пометки

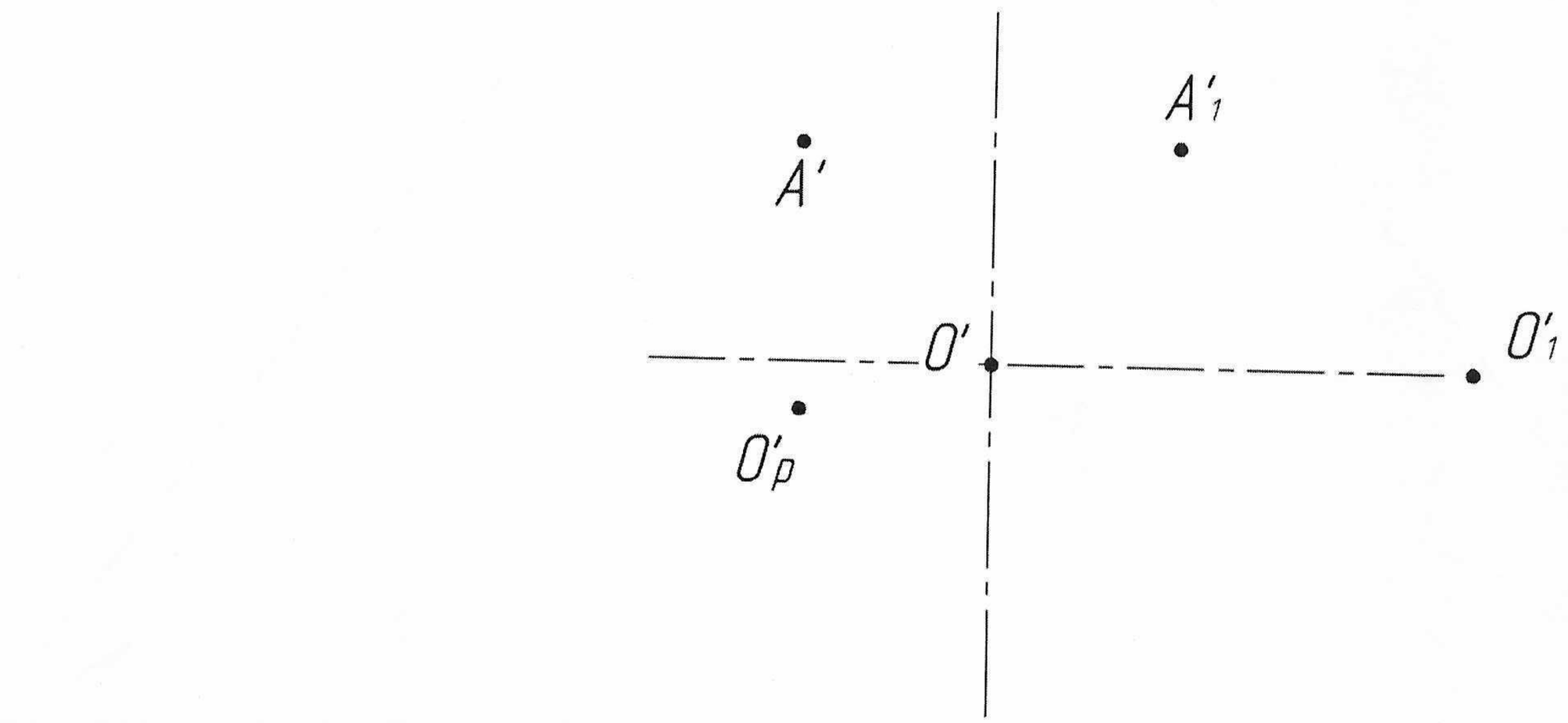
Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.

Вариант: 1 класс: 8-9

Задача 4 (10 баллов). Даны горизонтальные проекции центров окружностей оснований наклонного цилиндра **O'** и **O'1**, вершин **A'** и **A'1** бокового ребра наклонной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$, и центра квадрата **O'р** её нижнего основания. Нижние основания фигур расположены в одной плоскости. Основание цилиндра принадлежит горизонтальной плоскости проекций и его диаметр 70мм. Высота цилиндра 70 мм. Плоскость верхнего основания призмы параллельна плоскости верхнего основания цилиндра и ниже ее на 15 мм.

Требуется:

1) построить фронтальную и горизонтальную проекции наклонного цилиндра с учетом выреза в форме наклонной призмы $ABCDA_1B_1C_1D_1$ с соблюдением проекционной связи;
2) построить и обозначить проекции вершин призмы и границ участков линии выреза в цилиндре;
3) обозначить видимость линий цилиндра с вырезом и указать осевые и центровые линии;
4) оформить все изображения в соответствии с требованиями ЕСКД.



Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Профиль: Компьютерное моделирование и графика;
тур по математике и инженерной графике.
Вариант:1 класс: 8–9

Задача 6 (20 баллов). Даны две проекции предмета.
Требуется:

1) выполнить изображение предмета на месте вида слева как полный профильный разрез для случая без обозначения разреза;
2) главный вид оформить как соединение части вида и части фронтального разреза с обозначением разреза, плоскость разреза указать через ось цилиндра;
3) все изображения выполнить в проекционной связи на местах соответствующих основных видов и оформить по ГОСТ 2.305–2008;
4) решение оформить линиями по ГОСТ 2.303–68;
5) штриховку выполнить по ГОСТ 2.306–68;
6) проставить размеры по ГОСТ 2.307–2011;
7) на видах сохранить линии невидимого контура, на разрезах линии невидимого контура не изображать.

